学校编码：10384　　　　分类号______ 密级______
学号：19020100153964　　　　UDC______

厦门大学

博　士　学　位　论　文

连续型曲面造型方法的研究与 Loop 细分曲面的误差估计

Studies of Continuous Type Surface Modeling Methods and Error Bounds for Loop Subdivision Surface

周　国　荣

指导教师姓名：曾　晓　明　教授

专 业 名 称：计　算　数　学

论文提交日期：2014 年　3　月

论文答辩时间：2014 年　5　月

学位授予日期：2014 年　　　月

答辩委员会主席：__________

评　　阅　　人：__________

2014 年　5　月

厦门大学学位论文原创性声明

本人呈交的学位论文是本人在导师指导下,独立完成的研究成果。本人在论文写作中参考其他个人或集体已经发表的研究成果，均在文中以适当方式明确标明，并符合法律规范和《厦门大学研究生学术活动规范（试行)》。

另外，该学位论文为（　　　　　　　　　　　　）课题（组）的研究成果，获得（　　　　　　　　　　）课题（组）经费或实验室的资助，在（　　　　　　　　）实验室完成。（请在以上括号内填写课题或课题组负责人或实验室名称，未有此项声明内容的，可以不作特别声明。）

声明人（签名）:

年　　月　　日

厦门大学学位论文著作权使用声明

本人同意厦门大学根据《中华人民共和国学位条例暂行实施办法》等规定保留和使用此学位论文，并向主管部门或其指定机构送交学位论文（包括纸质版和电子版），允许学位论文进入厦门大学图书馆及其数据库被查阅、借阅。本人同意厦门大学将学位论文加入全国博士、硕士学位论文共建单位数据库进行检索，将学位论文的标题和摘要汇编出版，采用影印、缩印或者其它方式合理复制学位论文。

本学位论文属于：

（　　　）1. 经厦门大学保密委员会审查核定的保密学位论文，于　　年　　月　　日解密，解密后适用上述授权。

（　　　）2. 不保密，适用上述授权。

（请在以上相应括号内打“√”或填上相应内容。保密学位论文应是已经厦门大学保密委员会审定过的学位论文，未经厦门大学保密委员会审定的学位论文均为公开学位论文。此声明栏不填写的，默认为公开学位论文，均适用上述授权。）

声明人（签名）：

年　　月　　日

摘要

在计算机辅助几何设计中，曲线、曲面造型方法可分为两类：连续型和离散型造型方法. 寻找新的连续型造型方法和离散型造型方法的误差估计是计算机辅助几何设计的两个重要研究课题. 本文针对这两个课题，作了一定的研究，得到以下成果：(1) 由不同的概率型算子引出两类新的连续型曲面造型方法，混合的 Baskakov-Szász-Mirakyan 基函数和三角域上的 Meyer-König-Zeller 基函数；(2) 将 S-λ 曲线造型方法推广得到三角域上的 S-λ 曲面；(3) 我们估计了 Loop 细分曲面与其控制网格之间距离的误差界. 主要内容如下：

1. 在第二章，根据混合的 Baskakov-Szász-Mirakyan 算子，本文提出混合 Baskakov-Szász-Mirakyan 基函数. 该基函数是负次数的 Bernstein 基函数与 Poisson 基函数的张量积. 本文研究了该基函数的主要性质，比如非负性、单位分解性、线性无关性、插值性、导函数等. 这是一种新的张量积曲面造型工具. 利用混合 Baskakov-Szász-Mirakyan 基函数，本文构建了一种新的张量积曲面, 称为 Baskakov-Szász-Mirakyan 曲面. 该曲面具有曲面造型的主要性质，比如仿射不变性、凸包性等. 利用重复控制顶点的方法, 我们实现用有限个控制顶点构建 Baskakov-Szász-Mirakyan 曲面.

2. 在第三章，本文由三角域上的 Meyer-König-Zeller 算子引出了三角域上的 Meyer-König-Zeller 基函数，并得到了与三角域上的 Bézier 基函数类似的性质，比如非负性、单位分解性、线性无关性、插值角点等. 这是一种新的三角域上的曲面的造型工具. 进一步，利用三角域上的 Meyer-König-Zeller 基函数构造了三角域上的 Meyer-König-Zeller 曲面片, 研究了其主要性质. 利用舍去或重新分配基函数的方法, 我们给出了三角域上的 Meyer-König-Zeller 曲面片的实例.

3. 在第四章，本文利用生成函数和变换因子组构造了三角域上的 S-λ 基函数，并证明了基函数的主要性质，比如非负性、单位分解性、插值性、线性无关性等. 三角域上的 S-λ 基函数是三角域上的 Bézier 基函数、有理三角 Bézier 基函数和某些新的三角域上的基函数，比如三角域上的 Meyer-König-Zeller 基函数, 的统一框架. 在三角域上的 S-λ 基函数的基础上构建了三角域上的 S-λ 曲面片，并证明了三角域上的 S-λ 曲面片具有曲面造型的主要性质，比如仿射不变性、凸包性、插值角点等. 本文还提供了一种通过改变生成函数系数来调整三角域上的 S-λ 曲面片形状的方法.

4. 在第五章，通过计算和分析细分两次后的控制网格，得到控制网格边长细分两次的收敛速度，进而估计了 Loop 细分曲面与其控制网格之间距离的界. 该界是由细分矩阵的第二特征值控制. 本文即估计 Loop 细分曲面的局部误差，也估计 Loop

细分曲面的全局误差. 该结果即能够用于误差的后验估计，也可用于给定误差的细分深度计算.

关键词：连续型造型方法；误差界；算子；基函数；三角域上的 S-λ 基函数；Loop 细分曲面.

Abstract

In computer aided geometric design, curves and surface modeling approaches can be divided into two categories. One is continuous, and the other one is discrete. Finding new continuous modeling approaches and estimating an error bound on discrete modeling approaches are two main research topics in computer aided geometric design. We have done some studies on these two topics. The obtained outcomes are shown as follows. (1) From different probabilistic operators derived two kinds of continuous type surface modeling methods, mixed Baskakov-Szász-Mirakyan bases and triangular Meyer-König-Zeller bases. (2) We obtained triangular S-λ surface by extending the S-λ curve modeling method. (3) We derived the error bounds on the distance between a Loop subdivision surface and its control mesh. The main contents are as follows.

1. Based on the mixed Baskakov-Szász-Mirakyan operator, we derived mixed Baskakov-Szász-Mirakyan basis functions. The kind of bases is the tensor product of negative degree Bernstein bases and Poisson bases. This is a new tensor product surface modeling method. We studied the main properties of the mixed Baskakov-Szász-Mirakyan bases, such as non-negativity, partition of unity, linear independence, interpolation, differentiation, etc. Utilizing the mixed Baskakov-Szász-Mirakyan basis functions, we constructed a new surface called Baskakov-Szász-Mirakyan surface. We studied the main properties of the Baskakov-Szász-Mirakyan surface and achieved that constructing Baskakov-Szász-Mirakyan surface with a finite number of control points by repeating the control points.

2. From the Meyer-König-Zeller operator defined on triangular domain, we derived Meyer-König-Zeller basis functions defined on triangular domain. Simultaneously, we studied the main properties of the Meyer-König-Zeller bases, such as non-negativity, partition of unity, linear independence, interpolation, and so on. This is a new triangular surface modeling method. Moreover, using the Meyer-König-Zeller basis functions defined on triangular domain, we constructed a new class of surface called triangular Meyer-König-Zeller surface. We studied the main properties of the triangular Meyer-König-Zeller surface and achieved that constructing triangular Meyer-König-Zeller surface with a finite number of control points by rounding or reallocating basis functions.

3. The triangular S-λ basis functions are constructed by means of the technique of generating functions and transformation factors. This kind of basis functions have lots of important properties, such a non-negativity, partition of unity, linear independence, and so on. The triangular S-λ basis functions cover the binary Bernstein basis functions, the rational triangular Bézier basis functions and some other new triangular basis functions, such as the Meyer-König-Zeller bases defined on triangular domain. Moreover, the triangular S-λ surface patch is constructed by means of the triangular S-λ basis functions. The main

properties of the new class of surface are studied, such as affine invariance, convex hull property, non-degenerate, etc. We provided a method of shape modification of triangular S-λ surface by adjusting the coefficients of the corresponding generating function.

4. We derived the error bounds on the distance between a Loop subdivision surface and its control mesh. Both local and global bounds are derived by means of computing and analyzing the control meshes with two rounds of refinement directly. The bounds can be expressed with the maximum edge length of all triangles in the initial control mesh and are dominated by the subdominant eigenvalue. Moreover, our results can be used as the posterior estimate in the distance and also can be used to predict the subdivision depth for any given tolerance.

Key Words: Continuous modeling; Error bound; Operator; Basis function; Triangular S-λ basis function; Loop subdivision surface.

目录

Contents